

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики
А.М. Райгородский**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Введение в топологию
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Математика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	1
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Ф.Д. Рухович, канд. физ.-мат. наук, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 12.02.2024

Аннотация

Данный курс направлен на изучение базовых понятий топологии, от основ общей топологии до основных понятий алгебраической топологии, таких как CW-комплекс и фундаментальная группа. Курс является частью фундаментального математического образования и может быть рассмотрен как пререквизит к дальнейшему изучению топологии, а также дифференциальной геометрии (анализа на многообразиях) и комплексного анализа.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- изучение базовых понятий топологии, от основ общей топологии до основных понятий алгебраической топологии, таких как CW-комплекс и фундаментальная группа. Курс является частью фундаментального математического образования и может быть рассмотрен как пререквизит к дальнейшему изучению топологии, а также дифференциальной геометрии (анализа на многообразиях) и комплексного анализа.

Задачи дисциплины

- обучение некоторым понятиям общей и алгебраической топологии, а также формирование у обучающихся способности применять топологические методы в других областях науки.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- основные понятия общей и алгебраической топологии; фундаментальные результаты из данной области; подходы к изучению топологических и гомотопических свойств пространств и отображений.

уметь:

- решать задачи из указанной области.

владеть:

- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- навыками решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов топологии.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Основы общей топологии.	8	8		8
2	Основы теории гомотопий.	8	8		8
3	Топология многообразий.	7	7		7
4	Фундаментальная группа и накрытия.	7	7		7
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Основы общей топологии.

Топологическое пространство, непрерывное отображение, гомеоморфизм. База и предбаза топологии. Аксиомы отделимости, хаусдорфовость. Компактность и секвенциальная компактность. Связность и линейная связность. Фактортопология и индуцированная топология.

2. Основы теории гомотопий.

Гомотопия отображений. Гомотопическая эквивалентность. Ретракция и гомотопическая ретракция. CW-комплекс и клеточная аппроксимация.

3. Топология многообразий.

Атласы и карты. Эквивалентность атласов. Триангуляция многообразий. Ориентация. Классификация компактных ориентируемых 2-многообразий.

4. Фундаментальная группа и накрытия.

Фундаментальная группа. Зависимость от отмеченной точки. Фундаментальная группа окружности. Универсальное накрытие. Классификация накрытий.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Курс гомотопической топологии [Текст] / А. Т. Фоменко, Д. Б. Фукс - М.ЛЕНАНД,2014
2. Алгебраическая топология [Текст] / А. Хатчер гпер. с англ. В. В. Прасолова ; под ред. Т. Е. Панова - М.МЦНМО,2011

Дополнительная литература

1. Элементарная топология [Текст] / О. Я. Виро [и др.] - М.МЦНМО,2010
2. Алгебраическая топология : введение [Текст] = Algebraic topology:an introduction, монография/У. Масси, Дж. Столлинс , -М., Мир, 1977

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- проработку учебного материала;
- подготовку к занятиям, выполнение заданий.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Прикладная математика и информатика
профиль подготовки: Математика
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики
кафедра дискретной математики
курс: 1
квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: Ф.Д. Рухович, канд. физ.-мат. наук, ассистент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в топологию» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия общей и алгебраической топологии; фундаментальные результаты из данной области; подходы к изучению топологических и гомотопических свойств пространств и отображений.

уметь:

- решать задачи из указанной области.

владеть:

- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- навыками решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов топологии.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль состоит из контрольных работ, а также задач для самостоятельного решения. Задания контрольных работ аналогичны по своей сути задачам для самостоятельного решения либо являются вопросами на знание определения и теорем курса. Далее примеры таких задач и вопросов.

- Сформулировать аксиому отделимости T₂.
- Дать определение гомотопической эквивалентности топологических пространств.
- Доказать, что лист Мебиуса гомотопически ретрагируется на серединную окружность.

- Вычислить фундаментальную группу сферы с g ручками и n проколами.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Аксиомы отделимости T_0 , T_1 , T_2 , T_3 , T_4 , нормальные и регулярные пространства.
2. Нормальность метрических пространств.
3. Первая и вторая аксиомы счетности.
4. Теорема Урысона о метризуемости.
5. Критерий компактности подмножества евклидова пространства.
6. Теорема Тихонова о компактности.
7. Понятие гомотопической эквивалентности, примеры.
8. Накрытия, универсальное накрытие, свойство поднятия гомотопии.
9. Фундаментальная группа и классификация накрытий.
10. Фундаментальная группа окружности.
11. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
12. Клеточный комплекс и теорема о клеточной аппроксимации.
13. Фундаментальная группа клеточного комплекса.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой.